



درس اول: عبارت های جبری و مفهوم اتحاد

۱. درستی ☒ یا نادرستی ☐ عبارتهای زیر را مشخص کنید . ۱. عبارت $x + 3x = 4x$ یک اتحاد است. ص ۲. درجه دو جمله ای $x^3y^5 + x^6y$ نسبت به x و y برابر ۸ است. ص ۳. درجه یک جمله ای $-5x^2y^3z$ نسبت به دو متغیر x و z برابر ۲ است. غ ۴. عبارت $\frac{2}{x}$، یک جمله ای است. غ ۵. عبارت 5^x یک جمله ای است. غ ۶. دو جمله ی $3x^2y^3$ و $-y^3x^2$ با هم متشابه اند. ص ۷. عبارت $2\sqrt{x}$ یک جمله ای است. غ ۸. یک جمله ای های $3ab^3$ و $3a^4b^3$ متشابه اند. غ ۹. درجه چند جمله ای $\frac{2}{3}xa^3b^5$ نسبت به همه متغیرها، مساوی ۹ می باشد. ص ۱۰. عبارت $\frac{1}{x}$ یک جمله ای است. غ ۱۱. عبارت $x^2 + xy = x(x + y)$ یک اتحاد است. ص ۱۲. $x\sqrt{y}$ یک جمله ای است. غ	۱.
۲. در جای خالی عدد یا کلمه مناسب بنویسید. ۱. درجه چند جمله ای $3x^2y - 4x^4 - 5xy^2$ نسبت به x مساوی۴..... است. ۲. درجه یک جمله ای $5a^4xb^7$ نسبت به متغیر a برابر۴..... است . ۳. درجه چند جمله ای $x^3 + 3x^2y^3$ بر حسب متغیر x برابر۳..... است ۴. درجه جمله $-3x^4yz^2$ نسبت به متغیرهای x و z برابر۶..... است. ۵. درجه یک جمله ای $\sqrt{5}x^2yz^2$ نسبت به متغیر z برابر۲..... است. ۶. یک جمله ای از دو قسمتحرفی..... وعددی..... تشکیل شده است. ۷. ضریب عددی جمله $4ax^2$ برابر با۴..... است. ۸. در چند جمله ای $7m^4 - 4m^2 + 1$، درجه نسبت به m برابر۴..... است. ۹. درجه عبارت $3x^2y^3 - 4xy^2 + 5$ نسبت به x و y برابر با۵..... است. ۱۰. ضریب عددی عبارت $\frac{\sqrt{3}a^2b}{5}$ عدد$\frac{\sqrt{3}}{5}$..... است. ۱۱. درجه چند جمله ای $a^2b^6 - a^4b^5 + 3a^6b$ نسبت به همه متغیرهایش برابر۹..... است. ۱۲. به تساوی بین دو عبارت جبری که به ازای همه مقادیر برابر باشند،اتحاد..... می گوئیم. ۱۳. ضریب عددی $\frac{\sqrt{5}}{3}xyz^2$ برابر با$\frac{\sqrt{5}}{3}$..... است.	۲.

۳. گزینه صحیح را انتخاب کنید. ۱. کدام یک از عبارت های زیر را می توان ساده نمود؟ (۱) $\frac{x^2+5}{x^2}$ (۲) $\frac{x^2+5}{5}$ (۳) $\frac{x^2+5}{x^2-5}$ (۴) $\frac{x^2+5x}{x}$ ۲. کدام یک از تساوی های زیر اتحاد است؟ (۱) $2x = 2$ (۲) $x + x = 2x$ (۳) $\sqrt{x^2} = x$ (۴) $x + 1 = 2$ ۳. درجه چند جمله ای $xy - x^2y$ نسبت به تمام حروف برابر است با: (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ ۴. درجه یک جمله ای $5xy^2z^3 - 5xy^2z^3$ نسبت به همه متغیرهایش برابر است با؟ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۱ (۴) ۳ ۵. کدام یک عبارت های زیر یک جمله ای است؟ (۱) m (۲) $\frac{x}{y}$ (۳) $2xyz$ (۴) $\sqrt{a}$ ۶. ساده شده عبارت $\frac{a+ax}{a}$ کدام است؟ ۱ (۱) $1 + a$ (۲) ax (۳) $1 + ax$ (۴) $1 + x$ ۷. مقدار عددی عبارت $x^2 - y^2 - (y^2 - x^2)$ به ازای $x = \sqrt{3}$ و $y = -\sqrt{2}$ کدام است؟ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۹ ۸. عبارت $\frac{a+ax}{a}$ به چهار صورت ساده شده است. کدام درست است؟ (۱) $\frac{a+ax}{a} = \frac{a(1+x)}{a} = 1 + x$ (۲) $\frac{a+ax}{a} = a + x$ (۳) $\frac{a+ax}{a} = a + x$ (۴) $\frac{a+ax}{a} = \frac{2ax}{a} = 2x$ ۹. کدام یک عبارت های زیر یک جمله ای است؟ (۱) $x - 1$ (۲) $\frac{1}{x-2}$ (۳) x^{-2} (۴) $\sqrt{2x}$	۴. عبارت جبری زیر را ساده کنید. $(-\frac{1}{2}x)^3 (4x)^2 + (3x)^2 x^3 = -\frac{1}{8}x^3 \times 16 \times x^2 + 9x^2 \times x^3 = -2x^5 + 9x^5 = 7x^5$ ۵. مساحت مثلث قائم الزاویه مقابل را به صورت عبارت جبری نوشته و تا حد امکان ساده کنید. $S = \frac{1}{2} \times by^2 \times 2by = b^2y^3$ ۶. حاصل عبارت های زیر را به دست آورید و آن را بر حسب توان های نزولی x مرتب کنید. $(x^2 + 1) [(ax + b)^2 - a(ax^2 - bx)] = (x^2 + 1)[(ax)^2 + 2abx + b^2 - a^2x^2 + abx]$ $= (x^2 + 1)[3abx + b^2] = 3abx^3 + b^2x^2 + 3abx + b^2$ $5x^2y + 3x^3 - 4xy^2 + 3x^3 + 1 = 6x^3 + 5x^2y - 4xy^2 + 1$
--	---

$$2x^2y^4 - 2xz - 5x^5 = -5x^5 + 2x^2y^4 - 2xz$$

۷. حاصل عبارات زیر را به ساده ترین صورت بنویسید و سپس به سؤالات زیر پاسخ دهید.

$$(xy^3z^5)^3 + (x^4y^2z^2)^2 = x^3y^9z^{15} + x^8y^4z^4$$

$$x \text{ درجه } 8 =$$

$$y \text{ درجه } 9 =$$

$$z \text{ درجه } 15 =$$

$$27 = \text{درجه عبارات نسبت به همه متغیرها}$$

۸. حاصل عبارات زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید؛ سپس تعیین کنید که عبارت حاصل چند جمله ای است؛ و همچنین عبارت ساده شده را بر حسب توان نزولی x مرتب کنید.

$$(1 + 3x)(x - 3x^2 + 2) = -9x^3 + 6x^2 + 1x + 2$$

ضرب	x	$-3x^2$	2
1	$1x$	$-3x^2$	2
$3x$	$3x^2$	$-9x^3$	$6x^2$
جمع	$-9x^3$	$6x^2$	$1x+2$

کنید.

عبارت	متغیر	ضریب	درجه x	درجه y یا z	درجه کل
$-2x^2y$	x^2y	-2	2	1	3
$\frac{x^3z^2}{3}$	x^3z^2	$\frac{1}{3}$	3	2	5
xy^3	xy^3	1	1	3	4

جدول مقابل را کامل

درس دوم: اتحاد و تجزیه و کاربرد اتحاد ها

۱۰. درستی ☒ یا نادرستی ☒ عبارتهای زیر را مشخص کنید .

۱. عبارت $(x+3)^2 = x^2 + 9$ اتحاد مربع دو جمله ای است. غ

۲. عبارت $(x+2)^3 = x^3 + 6x + 9$ اتحاد مربع دو جمله ای است. ص

۳. عبارت $x^2 + 9$ قابل تجزیه شدن می باشد. غ

۴. حاصل $(x+8)(x-8) = x^2 - 16$ برابر است. غ

۵. هر عبارت با درجه بیشتر از یک قابل تجزیه است. غ

۶. در هر تجزیه ، الزاما حاصل ضرب عوامل تجزیه در یکدیگر به عبارت اولیه منجر نمی شود. غ

۶. در جای خالی عدد یا کلمه مناسب بنویسید.

۱. اتحاد مربع دو جمله ای ، حالت خاصی از اتحاد.....جمله مشترک.....است.

۲. هر عبارتی که از اتحاد مربع تجزیه می شود با اتحاد..... جمله مشترک..... نیز تجزیه می شود. ۳. $(2xy^2 + 3x^2y^4)^2 = 4x^2y^4 + 12x^3y^6 + 9x^4y^8$ ۴. $(7x + 5)^2 = 49x^2 - 70x + 25$ ۵. اولین قدم در تجزیه در صورت امکان..... فاکتورگیری..... است.	
۷. گزینه صحیح را انتخاب کنید. ۱. کدام یک از عبارت های گویای زیر قابل ساده شدن است؟ (در تمامی گزینه ها مخرج کسرها مخالف صفر است.) (۱) $\frac{a^2+5}{a^2}$ (۲) $\frac{a^2+4}{4}$ (۳) $\frac{a^2+b^2}{b^2}$ (۴) $\frac{a^2-b^2}{a-b}$ ۲. اگر $\frac{1}{x} + x = 5$ باشد، حاصل $x^2 + \frac{1}{x^2}$ برابر است با: (۱) ۲۵ (۲) ۱۰ (۳) ۲۳ (۴) ۳۲ ۳. کدام یک از عبارت های جبری زیر به کمک اتحاد مزدوج تجزیه می شود؟ (۱) $ax^2 - 7x$ (۲) $4x^2 + 9y^2$ (۳) $4x^2 - 9y^2$ (۴) $x^2 - 2x^2$ ۴. در جای خالی چه عددی قرار می گیرد؟ (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $-4\sqrt{3}$ (۳) ۱۲ (۴) ۳۶ ۵. در محاسبه حاصل ضرب عبارت 190×210 استفاده از چه اتحادی کار را برای ما آسانتر می کند. (۱) اتحاد مربع دو جمله ای (۲) اتحاد مزدوج (۳) اتحاد جمله مشترک (۴) هر سه مورد	۸. طرف دیگر تساوی های زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید. $(2a - 3)(2a + 3) = 4a^2 - 9$ $(2a + 5)^2 = 4a^2 + 20a + 25$ $(a^2 - 3)(a^2 + 3) = a^4 - 9$ $(3a - b)(3a + b) = 9a^2 - b^2$ $(2x + 4)(2x - 6) = 4x^2 - 4x - 24$ $(a - \sqrt{7})(a + \sqrt{7}) = a^2 - 7$ $(3y - 2x)^2 = 9y^2 - 12xy + 4x^2$ $(2a - 5b)^2 = 4a^2 - 20ab + 25b^2$ $(x - 3)(x + 3) = x^2 - 9$ $(x - 2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$ $(x^2 - 2)^2 = x^4 - 4x^2 + 4$ $(5x - 3)^2 = 25x^2 - 30x + 9$ $(y + 5)^2 = y^2 + 10y + 25$ $(3a - 2b)(3a + 2b) = 9a^2 - 4b^2$

$\left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2 = x^4 - x + \frac{1}{4}$ $(-4a - 2z)(2z - 4a) = 16a^2 - 4z^2$	$(5a - 2)(2 + 5a) = 25a^2 - 4$ $(3a + c)^2 = 9a^2 + 6ac + c^2$	
تساوی های زیر را با استفاده از اتحاد ها کامل کنید.		
$\left(xy - \frac{1}{2}\right)^2 = x^2y^2 - xy + \frac{1}{4}$ $\left(\frac{2}{3}x + \sqrt{3}\right)\left(\frac{2}{3}x - \sqrt{3}\right) = \frac{4}{9}x^2 - 3$ $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$ $x^2 - \frac{1}{9} = \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$ $(2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$ $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = x^2 - 5$ $(2x + 5)(2x - 5) = 4x^2 - 25$	$(-5y + t)(t + 5y) = t^2 - 25y^2$ $(5a + 7b)^2 = 25a^2 + 70ab + 49b^2$ $(3x + 4y)^2 = 9x^2 + 16y^2 + 24xy$ $(4x + 5y)^2 = 16x^2 + 25y^2 + 40xy$ $x^2 + 3x - 18 = (x + 6)(x - 3)$ $(2x + 8)(2x - 3) = 4x^2 + 10x - 24$ $(1 + 2x)^2 = 1 + 4x + 4x^2$	۹.
حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد بدست آورید.		
$2/4^2 + 2(2/4)(3/6) + 3/6^2 = (2/4 + 3/6)^2 = 6^2 = 36$		
$(101)^2 = (100 + 1)^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$		
$298 \times 302 = (300 - 2)(300 + 2) = 300^2 - 4 = 90000 - 4 = 89996$		
$396 \times 406 = (400 - 4)(400 + 6) = 400^2 + 2 \times 400 - 24 = 160000 + 800 - 24 = 160776$		
$997 \times 1003 = (1000 - 3)(1000 + 3) = 1000^2 - 3^2 = 1000000 - 9 = 999991$		
$(1395)^2 - (1394)^2 = (1395 - 1394)(1395 + 1394) = 1 \times 2789 = 2789$		

۱۱.	اگر $A = 2x^2 + 3y$ و $B = 3(x + 1)^2 - 7$ باشد. حاصل عبارت $2A - B$ را بدست آورید. $2A - B = 2(2x^2 + 3y) - (3(x + 1)^2 - 7) = 4x^2 + 6y - (3x^2 + 6x + 3 - 7)$ $= 4x^2 + 6y - 3x^2 - 6x + 4 = x^2 + 6y - 6x + 4$										
۱۲.	اگر $x - \frac{1}{x} = 8$ باشد حاصل عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2}$ را بدست آورید. $\left(x - \frac{1}{x} = 8\right)^2 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 64 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 62$										
۱۳.	عبارت مقابل را به کمک اتحاد ساده کنید. $\frac{3x^3 - 48x}{x^2 + 6x + 8} = \frac{3x(x^2 - 16)}{(x+2)(x+4)} = \frac{3x(x-4)(x+4)}{(x+2)(x+4)} = \frac{3x(x-4)}{(x+2)}$ $\frac{a^2 - 9}{3a + 9} = \frac{(a - 3)(a + 3)}{3(a + 3)} = \frac{(a - 3)}{3}$ $\frac{x^2 - 4}{1 \cdot x} \times \frac{5x^2}{x^2 - 2x} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{1 \cdot x} \times \frac{5x^2}{x(x - 2)} = \frac{(x + 2)}{1} \cdot 5 = 5(x + 2)$										
۱۴.	عبارت های زیر را با استفاده از فاکتور گیری و اتحادها تجزیه کنید. الف) اتحاد مربع <table><tr><td>۱) $abc - 8ab = ab(c - 8)$</td></tr><tr><td>۲) $15ax + 10x^2 = 5x(3a + 2x)$</td></tr><tr><td>۳) $x^2y^2 - 4xy + 4 = (xy - 2)^2$</td></tr><tr><td>۴) $4x^2 + 4xy + y^2 = (2x + y)^2$</td></tr><tr><td>۵) $x^2 + 18xy + 81y^2 = (x + 9y)^2$</td></tr><tr><td>۶) $16 + 24y + 9y^2 = (4 + 3y)^2$</td></tr><tr><td>۷) $4x^2y^2 + 20xy + 25 = (2xy + 5)^2$</td></tr><tr><td>۸) $121 + 22a + a^2 = (11 + a)^2$</td></tr><tr><td>۹) $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$</td></tr><tr><td>۱۰) $a^2 + 18a + 81 = (a + 9)^2$</td></tr></table>	۱) $abc - 8ab = ab(c - 8)$	۲) $15ax + 10x^2 = 5x(3a + 2x)$	۳) $x^2y^2 - 4xy + 4 = (xy - 2)^2$	۴) $4x^2 + 4xy + y^2 = (2x + y)^2$	۵) $x^2 + 18xy + 81y^2 = (x + 9y)^2$	۶) $16 + 24y + 9y^2 = (4 + 3y)^2$	۷) $4x^2y^2 + 20xy + 25 = (2xy + 5)^2$	۸) $121 + 22a + a^2 = (11 + a)^2$	۹) $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$	۱۰) $a^2 + 18a + 81 = (a + 9)^2$
۱) $abc - 8ab = ab(c - 8)$											
۲) $15ax + 10x^2 = 5x(3a + 2x)$											
۳) $x^2y^2 - 4xy + 4 = (xy - 2)^2$											
۴) $4x^2 + 4xy + y^2 = (2x + y)^2$											
۵) $x^2 + 18xy + 81y^2 = (x + 9y)^2$											
۶) $16 + 24y + 9y^2 = (4 + 3y)^2$											
۷) $4x^2y^2 + 20xy + 25 = (2xy + 5)^2$											
۸) $121 + 22a + a^2 = (11 + a)^2$											
۹) $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$											
۱۰) $a^2 + 18a + 81 = (a + 9)^2$											

$11) m^2 + m + \frac{1}{4} = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2$		
$12) 81x^2 + 18xy + y^2 = (9x + y)^2$		
$13) 4x^2 + 28x + 49 = (2x + 7)^2$		
$14) 4x^2 + 2x + \frac{1}{4} = \left(2x + \frac{1}{2}\right)^2$		
$15) 9x^2 + \frac{4}{9}x + \frac{4}{81} = \left(3x + \frac{2}{9}\right)^2$		
$16) 9x^2 + 30x + 25 = (3x + 5)^2$		
$17) x^6 + 4x^2 + 4 = (x^2 + 2)^2$		
$18) 25x^2 + 10x + 1 = (5x + 1)^2$		
$19) 9x^2 + 24x + 16 = (3x + 4)^2$		
$20) x^6 + 6x^2y + 9y^2 = (x^2 + 3y)^2$		
$21) 27x^2 + 18xy + 3y^2 = 3(9x + y)^2$		
$22) 9x^6 - 12x^3 + 4 = x^6(3 - 2x)^2$		
$23) a^3x^6 + 18a^2x^3 + 81a = a(ax^2 + 9)^2$		
$24) 100 + 120b + 36b^2 = (10 + 6b)^2$		
$25) -x^2 - 16x - 64 = -(x + 8)^2$		
$26) a^2 + \frac{5}{4}a + \frac{25}{16} = \left(a + \frac{5}{4}\right)^2$		
$27) 2x^2 - 8x^2 + 8x = 2x(x - 2)^2$		
$28) 4ax^2 - 20axy + 25ay^2 = a(2x - 5y)^2$		
$29) x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = \left(x - \frac{1}{3}\right)^2$		
$30) 3a^6 - 18a^3 + 27a^2 = 3(a - 3)^2$		
$31) -x^2 + 14xy - 49y^2 = -(x - 7y)^2$		

$$۳۲) x^3 - ۱۲x^2 + ۳۶x = x \left(x^2 - \underbrace{۱۲}_{ع}x + \underbrace{۳۶}_{ض} \right) = x(x - ۴)(x - ۹)$$

$$۳۳) ۷x^3y - ۲۸x^2y^2 + ۲۸xy^3 = ۷xy(x^2 - ۴xy + ۴y^2) = ۷xy(x - ۲y)^2$$

$$۳۴) ۵x^3 - ۱۵x^2 + \frac{۴۵}{۴}x = ۵x \left(x^2 - ۳x + \frac{۹}{۴} \right) = ۵x \left(x - \frac{۳}{۲} \right)^2$$

$$۳۵) ۴(x+۱)^2 - ۱۲(x+۱) + ۹ = (۲(x+۱) - ۳)^2 = (۲x - ۱)^2$$

ب) اتحاد مزدوج:

$$۱) ۹by^2 - ۴b = b(۳y - ۲)(۳y + ۲)$$

$$۲) x^5 - y^5 = (x^2 - y^2)(x^3 + y^3) = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

$$۳) x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x - 1)(x + 1)$$

$$۴) ۲b^3 - ۲b = ۲b(b^2 - 1) = ۲b(b - 1)(b + 1)$$

$$۵) ۴x^2 - (۷ - ۳y)^2 = (۲x - (۷ - ۳y))(۲x + (۷ - ۳y))$$

$$۶) x^2 - ۹y^2 = (x - ۳y)(x + ۳y)$$

$$۷) ۴x^2 - y^2 = (۲x - y)(۲x + y)$$

$$۸) ۴x^2 - \frac{1}{۴} = \left(۲x - \frac{1}{۲} \right) \left(۲x + \frac{1}{۲} \right)$$

$$۹) ۹x^2 - \frac{۴}{۸۱} = \left(۳x - \frac{۲}{۹} \right) \left(۳x + \frac{۲}{۹} \right)$$

$$۱۰) -۱۲۱ + a^2 = (-۱۱ + a)(۱۱ + a)$$

$$۱۱) (۳x - ۵)^2 - ۳۶ = (۳x - ۵)^2 - ۳۶ = (۳x - ۱۱)(۳x + ۱)$$

$$۱۲) (x - ۷)^2 - (x + ۵)^2 = (x - ۷ - x - ۵)(x - ۷ + x + ۵) = -۱۲(۲x - ۲)$$

$$۱۳) a^5 - ۸۱ = (a^2 - ۹)(a^2 + ۹) = (a - ۳)(a + ۳)(a^2 + ۹)$$

$$۱۴) ۱۶m^5 - ۸۱m = m(۴m^2 - ۹)(۴m^2 + ۹) = m(۲m - ۳)(۲m + ۳)(۴m^2 + ۹)$$

$$۱۵) ۸۱x^2 - y^2 = (۹x - y)(۹x + y)$$

$$۱۶) -x^3 + ۶۴x = -x(x - ۸)(x + ۸)$$

$$۱۷) ۹x^2 - ۲۵ = (۳x - ۵)(۳x + ۵)$$

$$۱۸) x^2 - ۱۶y^2 = (x^2 - ۴y)(x^2 + ۴y) = (x - ۲\sqrt{y})(x + ۲\sqrt{y})(x^2 + ۴y)$$

$$۱۹) ۲۷x^2 - ۳y^2 = ۳(۳x - y)(۳x + y)$$

$$۲۰) -۱۰۰ + ۳۶b^2 = (-۱۰ + ۶b)(۱۰ + ۶b)$$

$$۲۱) (۵a + ۷)^2 - (۳a + ۱)^2 = (۵a + ۷ - ۳a - ۱)(۵a + ۷ + ۳a + ۱) = (۲a + ۶)(۸a + ۸)$$

$$۲۲) -x^2 + ۶۴ = (-x + ۸)(x + ۸)$$

$$۲۳) a^2 - \frac{۲۵}{۱۶} = \left(a - \frac{۵}{۴}\right)\left(a + \frac{۵}{۴}\right)$$

$$x^8 - y^8 = (x^4 - y^4)(x^4 + y^4) = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4) = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4)$$

$$۲۴)$$

$$۲۵) x^2 - ۸۱y^2 = (x + ۹y)(x - ۹y)$$

$$۲۶) x^2 - ۳ = (x + \sqrt{۳})(x - \sqrt{۳})$$

$$۲۷) ۲۵x^2 - ۱ = (۵x - ۱)(۵x + ۱)$$

$$۲۸) ۳a^2 - ۲۷a^2 = ۳(a^2 - ۳a)(a^2 + ۳a)$$

$$۲۹) ۴ax^2 - ۲۵ay^2 = a(۲x - ۵y)(۲x + ۵y)$$

$$۳۰) (\sqrt{۳}x - \sqrt{۵})(\sqrt{۵} + \sqrt{۳}x) = ۳x^2 - ۵y^2$$

$$۳۱) ۱۲y^2 - ۳x^2 = ۳(۲y - x)(۲y + x)$$

ج) اتحاد جمله مشترک

$$۱) x^2 + ۵x + ۶ = (x + ۳)(x + ۲)$$

$$۲) x^2 - ۳x - ۱۰ = (x + ۲)(x - ۵)$$

$$۳) a^3 + ۱۳a^2 + ۳۶a = a \left(\overset{\text{ضرب}}{a^2} + \overset{\text{جمع}}{13a} + 36 \right) = a(a + ۹)(a + ۴)$$

$$۴) x^2 - ۸x + ۱۵ = (x - ۳)(x - ۵)$$

$$۵) x^2 - ۹x + ۱۸ = (x - ۶)(x - ۳)$$

$$۶) x^3 + 3x^2 + 2x = x \left(\overset{\text{ضرب}}{x^2} + \overset{\text{جمع}}{3x} + 2 \right) = x(x+1)(x+2)$$

$$۷) x^2 - \overset{\text{ضرب}}{8}x + \overset{\text{جمع}}{12} = (x-2)(x-6)$$

$$۸) a^3 + 7a^2 + 12a = a \left(\overset{\text{ضرب}}{a^2} + \overset{\text{جمع}}{7a} + 12 \right) = a(a+3)(a+4)$$

$$۹) x^3 - 7x^2 + 12x = x(x-3)(x-4)$$

$$۱۰) x^2 - 11x + 24 = (x-3)(x-8)$$

$$۱۱) x^2 + 2x - 35 = (x-5)(x+7)$$

$$۱۲) -x^2 - 17x - 72 = -(x^2 + 17x + 72) = -(x+8)(x+9)$$

$$۱۳) x^3 - 13x^2 + 36x = x \left(\overset{\text{ض}}{x^2} - \overset{\text{ع}}{13x} + 36 \right) = x(x-4)(x-9)$$

$$۱۴) 7x^2y + 35x^2y + 42xy = 7xy(x^2 + 5x + 6) = 7xy(x+2)(x+3)$$

$$۱۵) 5x^3 - 15x^2 - 90x = 5x(x^2 - 3x - 18) = 5x(x-6)(x+3)$$

$$۱۶) b^2 - 11b + 28 = (b-4)(b-7)$$

$$۱۷) x^2 + 2x - 24 = (x+6)(x-4)$$

$$۱۸) x^2 - 14x + 24 = (x-2)(x-12)$$

$$۱۹) x^2 + 5x - 24 = (x+8)(x-3)$$

$$۲۰) x^3 + 3x^2 - 10x = x(x+5)(x-2)$$

درس سوم: نابرابری و نامعادله

۱۵. درستی ☒ یا نادرستی ☐ عبارتهای زیر را مشخص کنید .

۱. اگر $x - y = 1$ باشد پس $x < y$ است. غ

۲. اگر $x^2 > y^2$ باشد همواره $x > y$ است. غ

۳. اگر $a + b > 0$ آنگاه a, b هر دو مثبت هستند. غ

۴. اگر $x^2y < 0$ باشد همواره $y < 0$ است. ص

۵. اگر $a + 2 = b$ باشد. آنگاه $a > b$ است. غ

۶. اگر $x - y = 3$ در این صورت $x < y$ است. غ ۷. اگر $a + b < 0$ آنگاه a, b هر دو منفی هستند. غ ۸. نامساوی $a \leq a$ همواره درست است. غ ۹. اگر $a^2c > 0$ و $-2b < 0$ باشد، آن گاه $\frac{b}{c} > 0$ است. ص ۱۰. اگر $a > b$ آنگاه همواره $-a < -b$ است. ص	
۱۶. در جای خالی عدد یا کلمه مناسب بنویسید. ۱. اگر $a^2b < 0$ باشد. آنگاه b همواره منفی است. ۲. اگر $x + m = y$, $(m < 0)$, رابطه $x < y$ همواره برقرار نیست ۳. با قرینه کردن دو طرف یک نابرابری ، جهت نابرابری عوض میشود ۴. اگر a, b دو عدد مختلف علامت و $a > b$ باشد. همواره رابطه $b^2 < ab$ برقرار نیست ۵. اگر $2m - n = 3$ در این صورت همواره $m < n$ است. ۶. اگر $-2x \leq -\frac{2}{3}$ باشد، آن گاه $x \geq \frac{1}{3}$ است. ۷. اگر a, b, c منفی باشند $\frac{a^2b}{c}$ مثبت است.	
۱۷. گزینه صحیح را انتخاب کنید. ۱. عبارت کلامی «سه برابر عددی منهای یک از پنج بزرگتر است.» با کدام گزینه برابر است؟ الف) $-3a - 1 > 5$ ب) $3a - 1 < 5$ ج) $3a - 5 > 1$ د) $3a - 1 > 5$ ۲. $a < 0$ و $b < 0$ باشد، آن گاه جواب نامعادله $ax + b \leq 0$ کدام است؟ الف) $x \geq \frac{b}{a}$ ب) $x \leq \frac{b}{a}$ ج) $x \geq -\frac{b}{a}$ د) $x \leq -\frac{b}{a}$ ۳. اگر $a < b$ و $0 < c$ و $c < 0$ آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟ الف) $ac < bc$ ب) $ac^2 > bc^2$ ج) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ د) $\frac{a}{c^2} < \frac{b}{c^2}$ ۴. کدام یک از روابط زیر نادرست است؟ الف) $a < b \Rightarrow a - c < b - c$ ب) $a < b \Rightarrow a + c < b + c$ ج) $a < b, c < 0 \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ د) $a < b, c < 0 \Rightarrow ac < bc$	
۱۸. در جای خالی علامت $> = <$ بگذارید. ۱- اگر $2a = 4b$ در این صورت: $a \dots b$ $>$ ۲- اگر $b - a = 5$ در این صورت: $a \dots b$ $<$ ۳- اگر $a < b$ در این صورت $3 = b - a$	

مجموعه جواب نامعادله های زیر را به دست آوردید، سپس مجموعه جواب را روی محور اعداد حقیقی نمایش دهید.

۱۹.

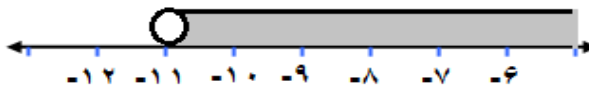
$$3 - 3x > -4(x + 2)$$

$$3 - 3x > -4x - 8$$

$$-3x + 4x > -8 - 3$$

$$\{x \in \mathbb{R} / x > -11\}$$

$$x > -11$$



$$5(3 - 2x) \geq 5(1 - x)$$

$$15 - 10x \geq 5 - 5x$$

$$15 - 5 \geq -5x + 10x$$

$$10 \geq 5x$$

$$2 \geq x \quad \{x \in \mathbb{R} / x \leq 2\}$$



$$4 + 2x \geq 5(x - 1)$$

$$4 + 2x \geq 5x - 5$$

$$4 + 5 \geq 5x - 2x$$

$$9 \geq 3x \quad x \leq 3$$

$$\{x \in \mathbb{R} / x \leq 3\}$$



$$4(2x - 3) \geq 2x + 6$$

$$8x - 12 \geq 2x + 6$$

$$8x - 2x \geq 6 + 12$$

$$6x \geq 18 \quad x \geq 3$$

$$\{x \in \mathbb{R} / x \geq 3\}$$



$$2(x - 2) \leq -2x + 4$$

$$2x - 4 \leq -2x + 4$$

$$4x \leq 8$$

$$x \leq 2$$

$$\{x \in \mathbb{R} / x \leq 2\}$$

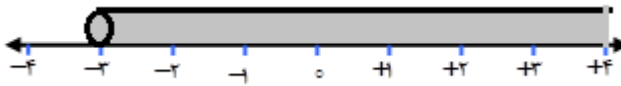


$$2(x - 5) \leq 6x$$

$$2x - 10 \leq 6x + 2$$

$$-12 \leq 4x \quad -3 \leq x$$

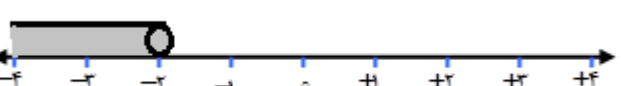
$$\{x \in \mathbb{R} / x \geq -3\}$$



$$2x + 7 \geq 15 + 6x$$

$$-8 \geq 4x$$

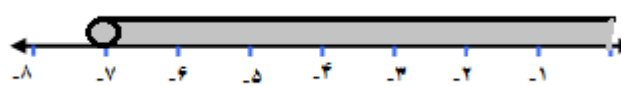
$$-2 \geq x$$



$$\frac{3x}{2} + \frac{5 \times 2}{1 \times 2} \geq \frac{x}{2} - \frac{2 \times 2}{1 \times 2}$$

$$3x + 10 \geq x - 4$$

$$2x \geq -14 \longrightarrow x \geq -7 \longrightarrow \{x \in \mathbb{R} / x \geq -7\}$$



$$\frac{3x-2}{5} \leq \frac{x-2}{3}$$

$$9x - 6 \leq 5x - 10$$

$$4x \leq -4 \quad x \leq -1$$

$$\{x \in \mathbb{R} / x \leq -1\}$$



$$\frac{x}{3} - \frac{1}{2} < \frac{x-1}{6}$$

$$\frac{x \times 4}{3 \times 4} - \frac{1 \times 6}{2 \times 6} < \frac{(x-1) \times 2}{6 \times 2}$$

$$4x - 6 < 2x - 2$$

$$2x < 4 \longrightarrow x < 2 \longrightarrow \{x \in R / x < 2\}$$



$$x^2 + \frac{x}{4} \leq (x-2)^2$$

$$x^2 + \frac{x}{4} \leq x^2 + 2x + 4$$

$$-4 \leq \frac{1}{4}x \longrightarrow x \geq -\frac{16}{1} \longrightarrow \left\{x \in R / x \geq -\frac{16}{1}\right\}$$



$$3(-2x + 6) \geq -12x - 6$$

$$-6x + 18 \geq -12x - 6$$

$$6x \geq -24 \quad x \geq -4$$

$$\{x \in R / x \geq -4\}$$



$$\frac{3}{2}x > 4x - 2$$

$$3x > 8x - 4$$

$$4 > 5x \quad \frac{4}{5} > x$$

$$\left\{x \in R / \frac{4}{5} > x\right\}$$

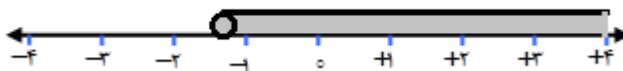


$$\frac{x+3}{2} - 1 \leq \frac{3x}{4} + \frac{5}{6}$$

$$6x + 18 - 12 \leq 9x + 10$$

$$-4 \leq 3x \quad \frac{-4}{3} \leq x$$

$$\left\{x \in R / \frac{-4}{3} \leq x\right\}$$



خود ارزیابی فصل ۵



درستی ☒ یا نادرستی ☐ عبارتهای زیر را مشخص کنید. (۲۵/۱ نمره)



- A. دو عبارت $-3xy^2$, $-3x^2y^3$ مشابهند. غ
- B. عبارت $x(x-2) = x^2 - 2$ یک اتحاد است. غ
- C. دو عبارت $3 + 2a$ و $2a - 3$ مزدوج یکدیگرند. ص
- D. $(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2$ غ
- E. اگر $a > b$ آنگاه $-a < -b$ ص

کامل کنید. (۱ نمره)



- A. در عبارت $-3x^2y^3 - 4y^3x^4 + y^4$ درجه نسبت به x, y برابر۷..... است.
- B. $(3x+5)^2 = 9x^2 + 30x + 25$
- C. اگر $ab < 0$ آنگاه a, b مختلف علامه..... هستند.
- D. اگر a, b, c منفی باشند $\frac{a^2b}{c}$ عددیمثبت..... است.

سوالات چهار گزینه ای. (۱ نمره)



- A. حاصل عبارت $(\sqrt{20} - 4)(\sqrt{20} + 4)$ برابر با کدام گزینه است؟
 الف) ۴ (ب) ۱۶ (ج) -۴ (د) -۱۶
- B. تجزیه شده عبارت $\frac{1}{x^2} + \frac{6}{x} + 9$ برابر با کدام گزینه است؟
 الف) $(\frac{1}{x^2} + 9)^2$ (ب) $(\frac{1}{x} + 6)^2$ (ج) $(\frac{3}{x} + 1)^2$ (د) $(\frac{1}{x} + 3)^2$
- C. در تجزیه شده $x^3 - x$ کدام گزینه وجود ندارد؟
 الف) x (ب) $x - 1$ (ج) $1 + x$ (د) $1 - x$
- D. اگر $0 < a < b$ و $c < 0$ آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟
 الف) $ac < bc$ (ب) $ac^2 > bc^2$ (ج) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ (د) $\frac{a}{c^2} < \frac{b}{c^2}$

دور یک جمله ای ها خط بکشید. (۱ نمره)



$$-7\sqrt{5} \quad \frac{3a}{b^{-1}} \quad \sqrt{5x} \quad \frac{4a}{bc} \quad \frac{x^2y}{\sqrt{2}}$$

عبارت کلامی زیر را به زبان ریاضی بنویسید.



- الف) مجموع نصف عدد x و سه برابر عدد y از ۱۰ بزرگ تر است. $\frac{1}{2}x + 3y > 10$
- ب) سه برابر ربع عدد a از دو برابر ثلث b نایبتر است. $3 \times \frac{1}{4}a \leq 2 \times \frac{1}{3}b$
- ج) محیط مستطیلی به ابعاد ۵ و ۳ از محیط مستطیلی به ابعاد x, y کمتر نیست $2(3+5) \geq 2(x+y)$

عبارات زیر را ساده کنید و و بر حسب توان نزولی x مرتب کنید. (۲ نمره)



$$5x^4y(-2xy^2 + 5x^3y - y^2) = -10x^5y^3 + 25x^4y^2 - 5x^4y^3$$

$$(1-x)(x^2+x+1) = x^2+x+1-x^3-x^2-x = 1-x^3$$

الف) عبارت کلامی زیر را به صورت عبارات جبری بنویسید. (۲نمره)

مجموع دو برابر عددی با عدد ۵- بزرگتر یا مساوی $\sqrt{3}$ $2x-5 \geq \sqrt{3}$

ب) در جای خالی < یا > را قرار دهید. اگر $\frac{a-b}{-3} = 2$ آنگاه $a \leq b$

ج) به کمک کاربرد اتحادها حاصل عبارات زیر را بیابید.

$$101 \times 95 = (100 + 1)(100 - 5) = 100^2 - 4 \times 100 - 5 = 10000 - 400 - 5 = 9595$$

$$55^2 - 45^2 = (55 + 45)(55 - 45) = 100 \times 10 = 1000$$

حاصل عبارات زیر را به کمک اتحادها بدست آورید. (۲/۲۵نمره)

$$(x + 2y - 3)^2 = x^2 + 4y^2 + 9 - 4xy - 6x - 12y$$

$$(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)(x + 1) = (x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$$

$$(2x^2 - 3)(2x^2 + 11) = 4x^4 + 16x^2 - 33$$

عبارات زیر را تجزیه کنید. (۲/۲۵نمره)

$$x^4 - 100 = (x^2 - 10)(x^2 + 10)$$

$$x^3 - 16x^2 + 64x = x(x - 8)^2$$

$$x^4 - x^2 - 56 = (x^2 - 8)(x^2 + 7)$$

الف) نامعادله زیر را حل کنید. (۲/۲۵نمره)

$$\frac{(2a-1) \times 2}{3 \times 2} + \frac{a \times 3}{2 \times 3} \leq \frac{a-1}{6}$$

$$4a-2+3a \leq a-1 \rightarrow 6a \leq 1 \rightarrow a \leq \frac{1}{6}$$

ب) با تشکیل نامعادله مسئله های زیر را حل کنید.

A. اعداد حقیقی بیابید که اگر از آنها ۴ واحد کم کنیم حاصل کمتر یا مساوی دو برابر آن عددها باشند.

$$a-4 \leq 2a \rightarrow -4 \leq a$$

B. محیط یک مستطیل نباید از ۸۰ متر بیشتر باشد اگر طول آن ۲۰ متر باشد عرض آن چه اعدادی میتوانند باشند؟

$$40 + 2a \leq 80 \rightarrow 2a \leq 40 \rightarrow a \leq 20$$