

نام درس :	بسمه تعالی	تاریخ امتحان 1403/ 10 /
طراح سوال :	وزارت آموزش و پرورش	مدت پاسخگویی :
نام دبیر :	کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	پایه و رشته تحصیلی :
نام و نام خانوادگی :	مدیریت آموزش و پرورش خراسان شمالی	تعداد صفحات :
تعداد سوالات :	دبیرستان غیر دولتی دخترانه علوم	مهر مدرسه :



بارم: ۴

۱) جملات زیر را با عبارات مناسب تکمیل کنید.

الف) تابعی که در یک بازه فقط صعودی یا فقط نزولی باشد تابع می گوئیم.

ب) در بازه نمودار تابع $f(x) - x^2$ بالای نمودار $g(x) - x^2$ قرار دارد.

پ) اگر تابع $y = f(x)$ دارای دامنه $[2, 3]$ باشد، تابع $y = f(f(x))$ دارای دامنه است.

ت) تابع $y = f(x)$ را ابتدا یک واحد به چپ و سپس در راستای محور Ox با ضریب $\frac{1}{3}$ متقلب کرده ایم. ضابطه تابع جدید است.

بارم: ۴

۲) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) برد توابع $y = f(x)$ و $y = f(f(x))$ یکسان است.

ب) تابع $y = x^2 + \sqrt{2}x + \frac{1}{4}$ تابع چند جمله ای نیست.

پ) برای دو تابع f و g که $f \neq g$ تساوی $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x)$ هیچوقت برقرار نیست.

ت) اگر $f(x) = x^2$ و $g(x) = x^2 - 3$ آنگاه $(g \circ f)(x) = x^2 - 3$.

بارم: ۱

۳) تابع یا ضابطه $|x - 2| = |x + 1| + f(x)$ در کدام بازه اکیداً صعودی است؟

بارم: ۱

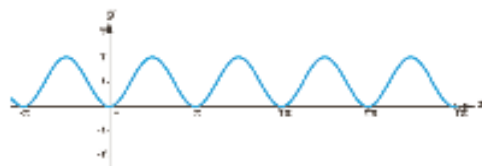
۴) تابع $y = x|x - 2|$ در بازه $[a, b]$ نزولی است. حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟

بارم: ۱

۵) نمودار تابع یا ضابطه $y = 1 - (x - 2)^2$ از کدام ناحیه نمی گذرد؟

بارم: ۱

۶) نمودار زیر مربوط به تابعی یا ضابطه $f(x) = a \sin bx + c$ یا $f(x) = a \cos bx + c$ است. با تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را مشخص نمایید.



بارم: ۱

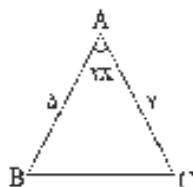
۷) حاصل عبارت $\sin x \cos x \cos 2x$ را به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ محاسبه کنید.

بارم: ۱

۸) جوابهای کلی معادلاتی $\sin x = \cos 2x$ را به دست آورید.

۹) اگر $\sin x = \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد، مساحت مثلث زیر کدام است؟

بارم: ۱



۱۰) مقدار $\sin 15^\circ$ را بیابید.

بارم: ۱

۱۱) اگر $f(x) = x^2 + ax^2 + bx + c$ بر $x = 1$ بخش پذیر باشد و باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x + 2$ برابر -12 باشد، مقدار $f(-1)$ کدام است؟

بارم: ۱

۱۲) حد توانج زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

بارم: ۳

الف) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \sqrt{x} - 1}{x - 5}$

ب) $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{\sqrt{2}})^+} \frac{|x|}{|3x + 1|}$

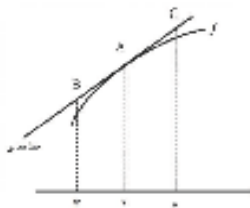
ج) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{x^2}}{\frac{2}{x} - 5}$

۱۳) اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx^2 + x^2 + 1}{5x^2 - x} = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل $m + n$ کدام است؟

بارم: ۱.۵

۱۴) برای تابع f در شکل رویه‌رو داریم $f'(3) = 1/5$ و $f(3) = 22$ با توجه به شکل، مختصات نقاط B و C را بیابید.

بارم: ۱.۵



۱۵) خط d در نقطه $(2, 2)$ بر نمودار تابع f مماس است اگر $f'(2) = 3$ باشد، فاصله دو نقطه A و B روی خط d به طول‌های ۱ و ۳ کدام است؟

بارم: ۱

۱

جملات زیر را با عبارات مناسب تکمیل کنید.

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

بارم: ۲

(الف) تابعی که در یک بازه فقط صعودی یا فقط نزولی باشد، تابع می‌گوییم.

(ب) در بازه نمودار تابع $f(x) = x^3$ بالایی نمودار $g(x) = x^2$ قرار دارد.(پ) اگر تابع $y = f(x)$ دارای دامنه $[2, 4]$ باشد، تابع $y = 3f(2x)$ دارای دامنه است.(ت) تابع $y = f(x)$ را ابتدا یک واحد به چپ و سپس در راستای محور y با ضریب $\frac{1}{4}$ منقبض کرده ایم. ضابطه تابع جدید است.

گزینه درست: null

سوال ۱

(الف) یکنوا (ب) $(1, +\infty)$ (پ) $[1, 2]$ (ت) $\frac{1}{3}f(x+1)$

۲

درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

(الف) برد توابع $y = f(x)$ و $y = f(kx)$ یکسان است.(ب) تابع $y = x^2 + \sqrt{3}x + \frac{1}{4}$ ، تابع چند جمله ای نیست.(پ) برای دو تابع f و g که $f \neq g$ تساوی $(fog)(x) = (gof)(x)$ هیچ وقت برقرار نیست.(ت) اگر $f(x) = x^2$ و $g(4) = 3$ آنگاه $(gof)(2) = 3$.

گزینه درست: null

سوال ۲

(الف) درست (ب) نادرست (پ) نادرست (ت) درست

۳

تابع با ضابطه $f(x) = |x+1| - |x-2|$ ، در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

ساده

تشریحی ۱۴۰۰

بارم: ۱

گزینه درست: null

سوال ۳

$$f(x) = |x+1| - |x-2|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+1-(x-2)=3 & , \quad x > 2 \\ x+1+(x-2)=2x-1 & , \quad -1 \leq x \leq 2 \\ -(x+1)+(x-2)=-3 & , \quad x < -1 \end{cases}$$

همان طور که ملاحظه می‌کنید در بازه $(-1, 2)$ ، تابع f یک تابع خطی با شیب مثبت است که می‌دانیم توابع خطی با شیب مثبت اکیداً صعودی هستند.

۴

تابع $y = x|x - 4|$ در بازه $[a, b]$ نزولی است. حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟

ساده

تشریحی ۱۳۹۹

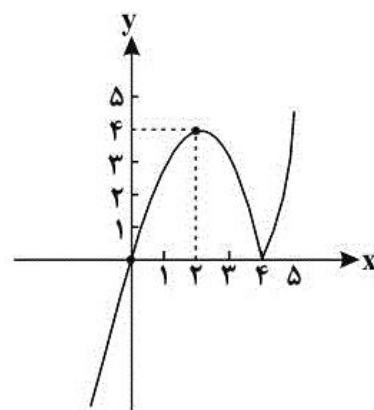
بارم: ۱

گزینه درست: null

سوال ۴

ابتدا قدرمطلق را تعیین علامت می‌کنیم و تابع را رسم می‌کنیم:

$$y = x|x - 4| = \begin{cases} x^2 - 4x & x \geq 4 \\ -x^2 + 4x & x < 4 \end{cases}$$

تابع در بازه $[2, 4]$ و هر زیرمجموعه‌ای از آن نزولی است، بنابراین $\text{Max}(b - a) = 4 - 2 = 2$.

۵

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = (x - 2)^3 - 1$ از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

ساده

تشریحی ۱۳۹۹

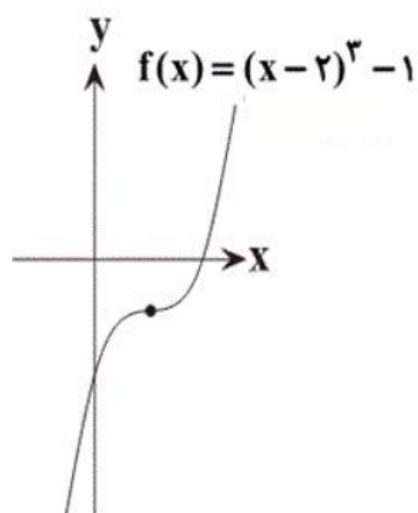
بارم: ۱

گزینه درست: null

سوال ۵

گزینه «۲»

ضابطه تابع را به صورت $f(x) = (x - 2)^3 - 1$ می‌نویسیم و برای رسم آن، نمودار تابع $y = x^3$ را ۲ واحد به راست و یک واحد به پایین می‌بریم: همان‌طور که می‌بینید نمودار تابع از ناحیه دوم عبور نمی‌کند.

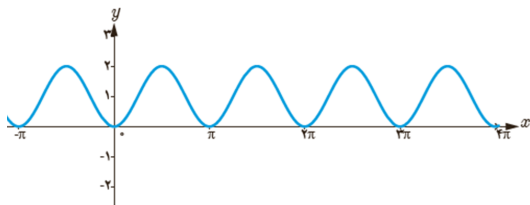


۶

ساده

نهایی ۱۴۰۲

نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $f(x) = a \sin bx + c$ یا $f(x) = a \cos bx + c$ است. با تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را مشخص نمایید.



گزینه درست: null

سوال ۶

$$T = \pi = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow |b| = 2$$

$$|a| = \frac{2 - 0}{2} = 1$$

$$y = -\cos 2x + 1$$

$$c = \frac{2 + 0}{2} = 1$$

۷

ساده

نهایی ۱۴۰۲

بارم: ۱

حاصل عبارت $4 \sin x \cos x \cos 2x$ را به ازای $x = 7/5^\circ$ محاسبه کنید.

گزینه درست: null

سوال ۷

$$4 \sin x \cos x \cos 2x = 2 \sin 2x \cos 2x = \sin 4x$$

$$x = 7/5 \Rightarrow \sin 4(7/5) = \sin 30 = \frac{1}{2}$$

۸

ساده

نهایی ۱۴۰۲

بارم: ۱

جوابهای کلی معادلاتی مثلثاتی $\sin x - \cos 2x = 0$ را به دست آورید.

گزینه درست: null

سوال ۸

$$\sin x - (1 - 2\sin^2 x) = 0 \rightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$\rightarrow \sin x = t \rightarrow 2t^2 + t - 1 = 0 \rightarrow t^2 + t^2 + t - 1 = 0 \rightarrow t(t+1)$$

$$+ (t-1)(t+1) = 0$$

$$\rightarrow (t+1)(t+t-1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} t = -1 \rightarrow \sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \\ t = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$x = 2k\pi + \frac{\Delta\pi}{6}$$

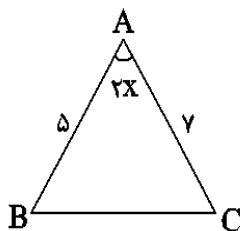
۹

اگر $\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد، مساحت مثلث زیر کدام است؟

ساده

تشریحی ۱۴۰۰

بارم: ۱



گزینه درست: null

سوال ۹

ابتدا طرفین عبارت داده شده را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(\sin x - \cos x)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 1 - 2 \sin x \cos x = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{4}$$

مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} (AB)(AC) \sin 2x$$

$$= \frac{1}{2} (5)(7) \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{35}{8} = 4.375$$

ساده

نهایی ۱۳۹۹

بارم: ۱

مقدار $\sin 15^\circ$ را بیابید.

گزینه درست: null

سوال ۱۰

$$\sin 15^\circ = \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱

اگر $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 4$ بر $x - 1$ بخش‌پذیر باشد و باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $x + 2$ برابر -12 باشد، مقدار $f(-1)$ کدام است؟

گزینه درست: null

سوال ۱۱

$$f(1) = 0 \Rightarrow 1 + a + b - 4 = 0 \Rightarrow a + b = 3 \quad (I)$$

$$f(-2) = -12 \Rightarrow -8 + 4a - 2b - 4 = -12 \Rightarrow 2a - b = 0 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I, II)} a = 1, b = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + x^2 + 2x - 4 \Rightarrow f(-1) = -1 + 1 - 2 - 4 = -6$$

حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

بارم: ۳

الف) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})} \frac{[x]}{|3x+1|}$

ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5}$

گزینه درست: null

سوال ۱۲

الف) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(2 - \sqrt{x-1})(2 + \sqrt{x-1})}{(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$

$\frac{-(x-5)}{(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \frac{-1}{4}$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})} \frac{-1}{|3x+1|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

مخرج در نزدیکی $-\frac{1}{3}$ با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند و حد صورت هم در $-\frac{1}{3}$ برابر ۱- است. بنابراین جواب حد برابر $-\infty$ می‌شود.

ج) $\frac{3 + 0}{0 - 5} = -\frac{3}{5}$

ساده

تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱.۵

اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx^2 + x^2 + 1}{6x^n - x}$ باشد، حاصل $m+n$ کدام است؟

$= -\frac{2}{3}$

گزینه درست: null

سوال ۱۳

حاصل حد در $+\infty$ برابر $-\frac{2}{3}$ شده است. طبق قضیه ۹ صفحه ۶۵ کتاب درسی، می‌دانیم این در صورتی امکان‌پذیر است که درجه‌های عبارت‌های صورت و مخرج برابر باشند. حال اگر $m=0$ باشد، درجه صورت برابر ۲ خواهد بود. پس n نیز باید برابر ۲ باشد و در این صورت داریم:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{6x^2 - x} = \frac{1}{6} \neq -\frac{2}{3}$

بنابراین این حالت امکان‌پذیر نیست. در نتیجه $m \neq 0$ و درجه عبارت صورت برابر ۳ است.

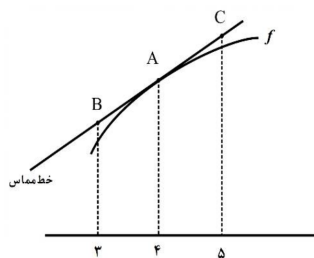
$\Rightarrow n=3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx^3}{6x^3} = \frac{m}{6} = -\frac{2}{3} \Rightarrow m = -4$

$\Rightarrow m+n = -1$

ساده

نهایی ۱۴۰۲

بارم: ۱.۵



برای تابع f در شکل روبه‌رو داریم $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 24$ با توجه به شکل، مختصات نقاط B و C را بیابید.

گزینه درست: null

سوال ۱۴

$\frac{f(4) - f(3)}{4 - 3} = 1/5 \Rightarrow B(3, 22/5) \rightarrow \frac{f(5) - f(4)}{5 - 4} = 1/5 \Rightarrow C(5, 24/5)$

بارم: ۱

خط d در نقطه $(2, 2)$ بر نمودار تابع f مماس است اگر $f'(2) = 3$ باشد، فاصله دو نقطه A و B روی خط d به طول‌های ۱ و ۳ کدام است؟

گزینه درست: null

سوال ۱۵

گزینه «۲»

شیب خط مماس بر نمودار تابع f در نقطه $(2, 2)$ روی آن، برابر $f'(2) = 3$ است، پس معادله خط d را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$y - 2 = 3(x - 2) \Rightarrow y = 3x - 4$$

با توجه به ضابطه خط d ، مختصات نقاط A و B به صورت $A(1, -1)$ و $B(3, 5)$ به دست می‌آید. پس طول پاره خط AB برابر است با:

$$AB = \sqrt{(3-1)^2 + (5+1)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$



اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد