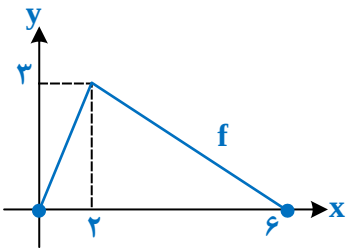
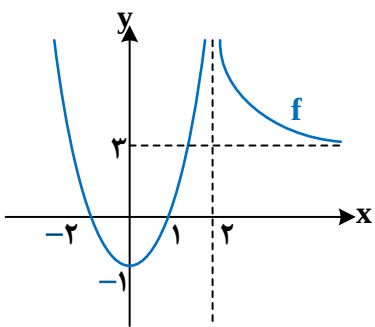
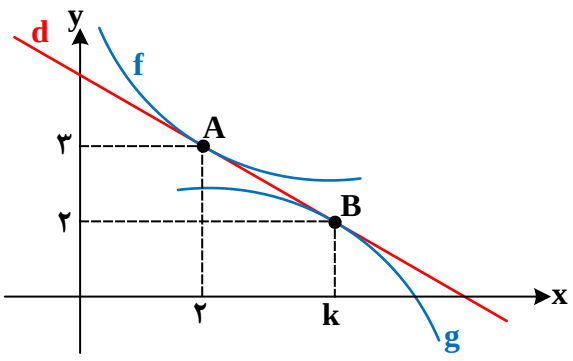


«بسمه تعالی»

نام و نام خانوادگی:		رشته: علوم تجربی	آزمون پایانی نوبت اول: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/۰۴		تعداد صفحه: ۲	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه
مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه			
ردیف	سوالات	بارم	
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) عبارت $f(x) = -3x^5 + \sqrt{2}x^4 - \frac{1}{2}$ چند جمله‌ای است. ب) برد تابع $y = \tan x$ با دامنه $D = [\frac{\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}] - \{\frac{\pi}{2}\}$ برابر $[\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}]$ است. ج) تابع $y = 4 - \log_5^x$ اکیدا صعودی است.	۰/۷۵	
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) باقی‌مانده تقسیم عبارت $f(x) = x^8 - 8x^5 + 2x - 1$ بر $x - 2$ برابر است. ب) بازه $(1, 2) \cup (2, 5)$ همسایگی محذوف عدد است. ج) اگر $\cos 18^\circ = k$ باشد، مقدار عددی $\cos 9^\circ$ برابر است.	۱	
۳	تابع $f(x) = -4 + \sqrt{3x+1}$ با دامنه $D_f = [1, +\infty)$ مفروض است. ضابطه، دامنه و برد وارون f را بیابید.	۱/۵	
۴	نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است: نمودار $g(x) = -f(2x+2)$ را رسم کرده و دامنه و برد g را بیابید.	۱/۵	
۵	اگر $f(x) = 9x^3 + x$ و $g(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2x+1}}$ باشد، مطلوبست محاسبه: الف) $\text{fog}(0)$ ب) $g^{-1}(\log(\sqrt{11}))$ ج) D_{fog} (با استفاده از تعریف)	۱/۵	
۶	نمودارهای $f(x) = x(x^2 - 3x + 3)$ و $g(x) = x^2 - 2x + 2$ را در یک دستگاه رسم کنید.	۱	
۷	نامعادله $2^{2x+3} \geq 2^{x^2}$ را حل کنید.	۱	
۸	اگر برد تابع $y = a \cos(2x) + b$ برابر $[-3, 5]$ باشد، با فرض $a < 0$ مقادیر عددی a و b و دوره تناوب را بیابید.	۱/۷۵	
۹	اگر $\sin x = \frac{1}{3}$ و انتهای کمان مربوطه به زاویه x در ناحیه دوم مثلثاتی باشد، مقدار $\sin 2x$ را بیابید.	۱	
۱۰	معادله مثلثاتی $2 \sin^2 2x + 5 \cos 2x + 1 = 0$ را حل کنید و تعیین کنید معادله روی بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟	۱/۵	

۱۱	نمودار مقابل مربوط به تابع $y = f(x)$ است. حدهای زیر را محاسبه کنید.  الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$ ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ د) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$	۱
۱۲	حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید: الف) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{ x - 3 } =$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan^2 x =$ ج) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - 1} =$	۰/۵ ۰/۵ ۱
۱۳	اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n x^3 + 3x }{x^4} = 2$ باشد، مقادیر a و n را بدست آورید.	۱/۵
۱۴	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 - 3x$ را در نقطه $x = 2$ محاسبه کرده و معادله خط مماس بر تابع f را در این نقطه بنویسید.	۲
۱۵	در شکل مقابل خط d در نقاط A و B بر توابع f و g مماس است. اگر $f'(2) = -\frac{1}{2}$ مقدار عددی k چقدر است؟ 	۱
۲۰	جمع «موفق باشید»	



مدت امتحان ۱۱۰ دقیقه

تاریخ امتحان ۱۴۰۳/۱۰/۰۴

ریاضی ۳

آزمون پایانی نوبت اول

تعداد صفحات ۵

رشته و پایه تجربی ۱۲

«راهنمای تصحیح آزمون»

پاسخ سوال ۱:

الف) درست (۰/۲۵)

ب) نادرست (۰/۲۵)

ج) نادرست (۰/۲۵)

پاسخ سوال ۲:

الف) ۳ (۰/۲۵)

ب) ۲ (۰/۲۵)

ج) $\sqrt{\frac{k+1}{2}}$ (۰/۵)

پاسخ سوال ۳:

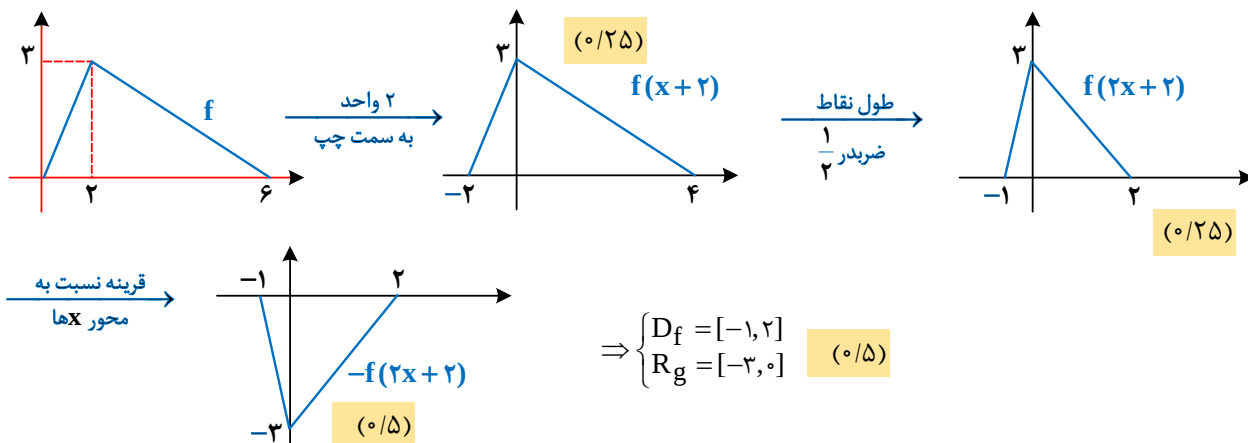
$$D_f = [1, +\infty) \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow 3x \geq 3 \Rightarrow 3x+1 \geq 4 \Rightarrow \sqrt{3x+1} \geq 2 \Rightarrow -4 + \sqrt{3x+1} \geq -4+2 \Rightarrow y \geq -2 \quad (۰/۵)$$

$$R_f = [-2, +\infty) \Rightarrow \begin{cases} D_{f^{-1}} = R_f = [-2, +\infty) \\ R_{f^{-1}} = D_f = [1, +\infty) \end{cases} \quad (۰/۵)$$

$$y = -4 + \sqrt{3x+1} \Rightarrow \underbrace{y+4}_+ = \sqrt{3x+1} \Rightarrow (y+4)^2 = 3x+1 \Rightarrow (y+4)^2 - 1 = 3x \Rightarrow x = \frac{1}{3}((y+4)^2 - 1)$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{3}((x+4)^2 - 1) \quad (۰/۵)$$

پاسخ سوال ۴:



(*) تویه: اگر نقطه نمودار مرحله چهارم به درستی رسم شده بود، ۱ نمره کامل مراحل تعلق گیرد.)

پاسخ سوال ۵:

$$\text{الف) } fog(\circ) = f(g(\circ)) = f\left(\sqrt{\frac{\circ+1}{\circ+1}}\right) = f(1) = 9(1)^3 + 1 = 10 \quad (۰/۵)$$

$$\text{ب) } g^{-1} \circ g(x) = x \Rightarrow g^{-1} \circ g(\sqrt{1}) = \sqrt{1} \quad (۰/۲۵)$$

$$\text{ج) } D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$



مدت امتحان ۱۱۰ دقیقه

تاریخ امتحان ۱۴۰۳/۱۰/۰۴

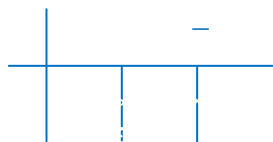
ریاضی ۳

آزمون پایانی نوبت اول

تعداد صفحات ۵

رشته و پایه تجربی ۱۲

«راهنمای تصحیح آزمون»



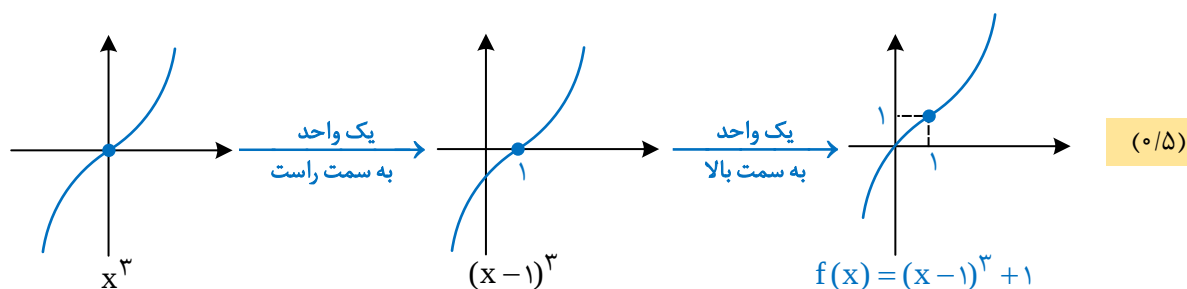
- (۰/۲۵)

 $D_f = \mathbb{R}$ (چند جمله‌ای)

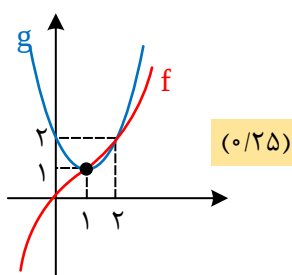
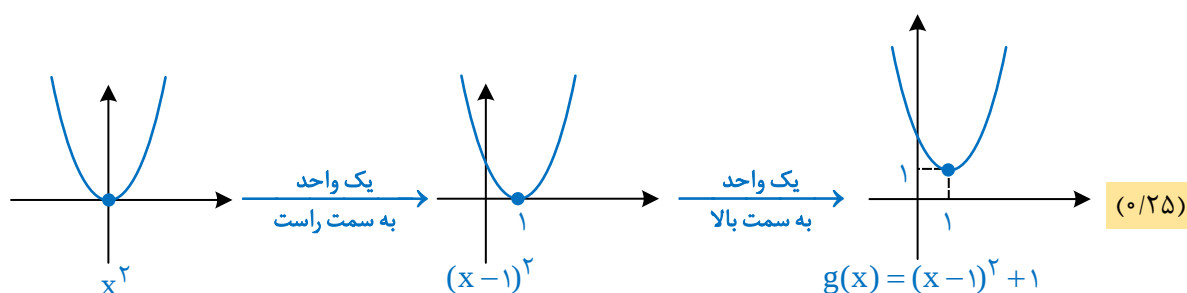
$$D_{f \circ g} = \{x \leq -1 \text{ یا } x > -\frac{1}{2} \mid \underbrace{\sqrt{\frac{x+1}{2x+1}} \in \mathbb{R}}_{\text{همواره صحیح}}\} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow D_{f \circ g} : x \leq -1 \text{ یا } x > -\frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$$

پاسخ سوال ۶:

$$f(x) = x(x^2 - 3x + 3) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x-1)^3 + 1$$



$$g(x) = x^2 - 2x + 2 = (x^2 - 2x + 1) + 1 = (x-1)^2 + 1$$





مدت امتحان ۱۱۰ دقیقه

تاریخ امتحان ۱۴۰۳/۱۰/۰۴

ریاضی ۳

آزمون پایانی نوبت اول

تعداد صفحات ۵

رشته و پایه تجربی ۱۲

«راهنمای تصحیح آزمون»

پاسخ سوال ۷:



تابع به ازای اکیداً صعودی است.

$$2^{2x+3} \geq 2^{x^2} \rightarrow 2x+3 \geq x^2 \quad (۰/۵)$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0 \Rightarrow (x+1)(x-3) \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3 \quad (۰/۵)$$

پاسخ سوال ۸:

$$R = [-3, 5] \Rightarrow \begin{cases} y_{\max} = 5 \\ y_{\min} = -3 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$$

$$\begin{cases} y_{\max} = b + |a| = 5 \\ y_{\min} = b - |a| = -3 \end{cases} \quad (۰/۵)$$

$$2b = 2 \Rightarrow b = 1 \quad (۰/۲۵) \quad \text{جمع}$$

$$b + |a| = 5 \Rightarrow 1 + |a| = 5 \Rightarrow |a| = 4 \xrightarrow{a < 0} a = -4 \quad (۰/۲۵)$$

$$T = \frac{2\pi}{2} = \pi \quad (۰/۵)$$

پاسخ سوال ۹:

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \quad (۰/۲۵)$$

$$\xrightarrow{\cos x < 0} \cos x = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (۰/۲۵)$$

$$\text{می دانیم: } \sin 2x = 2 \sin x \cos x \quad (۰/۲۵)$$

$$= 2\left(\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = -\frac{4\sqrt{2}}{9} \quad (۰/۲۵)$$

پاسخ سوال ۱۰:

$$2(1 - \cos^2 2x) + 5 \cos 2x + 1 = 0 \Rightarrow -2 \cos^2 2x + 5 \cos 2x + 3 = 0 \quad (۰/۲۵)$$

$$\cos 2x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{-4} = \frac{-5 \pm 7}{-4} = \begin{cases} 3 & \text{غ ق} \\ -\frac{1}{2} & \end{cases} \quad (۰/۲۵)$$



مدت امتحان ۱۱۰ دقیقه

تاریخ امتحان ۱۴۰۳/۱۰/۰۴

ریاضی ۳

آزمون پایانی نوبت اول

تعداد صفحات ۵

رشته و پایه تجربی ۱۲

«راهنمای تصحیح آزمون»

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

(۰/۲۵)

$$\begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{3} \xrightarrow{\text{روی بازه } [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \\ x = k\pi - \frac{\pi}{3} \xrightarrow{\text{روی بازه } [0, 2\pi]} x = \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \end{cases} \quad (۴ \text{ جواب}) \quad (۰/۵)$$

(۰/۲۵)

پاسخ سوال ۱۱:

(۰/۲۵) د) $+\infty$ (۰/۲۵) ج) $+\infty$

(۰/۲۵) ب) ۳

(۰/۲۵) الف) $+\infty$

پاسخ سوال ۱۲:

(۰/۲۵)

$$\text{الف)} \frac{[3^-] - 3}{|3^- - 3|} = \frac{2 - 3}{|0^-|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \quad (۰/۲۵)$$

$$\text{ب)} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan^2 x = (-\infty)^2 = +\infty \quad (۰/۵)$$

$$\text{ج)} \lim_{x \rightarrow 1} \underbrace{\frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - 1}}_{(۰/۲۵)} \times \underbrace{\frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}}_{(۰/۲۵)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{(x^2 - 1)(x + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+1)(x+\sqrt{x})} = \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵)$$

پاسخ سوال ۱۳:

(۰/۲۵)

(۰/۲۵)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax|x|^3}{x^4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-ax^n \times x^3}{x^4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-ax^{n+3}}{x^4} = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n+3=4 \\ -a=2 \end{cases} \quad (۰/۵) \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ a=-2 \end{cases} \quad (۰/۵)$$



مدت امتحان ۱۱۰ دقیقه

تاریخ امتحان ۱۴۰۳/۱۰/۰۴

ریاضی ۳

آزمون پایانی نوبت اول

تعداد صفحات ۵

رشته و پایه تجربی ۱۲

«راهنمای تصحیح آزمون»

پاسخ سوال ۱۴:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad (۰/۲۵)$$

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\overbrace{(x^2 - 3x)}^{(۰/۲۵)} - \overbrace{(4 - 6)}^{(۰/۲۵)}}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\overbrace{x^2 - 3x + 2}^{(۰/۲۵)}}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\overbrace{(x-2)(x-1)}^{(۰/۲۵)}}{\cancel{(x-2)}} = 2 - 1 = 1 \quad (۰/۲۵)$$

$$\text{معادله خط مماس: } y - f(a) = f'(a)(x - a) \rightarrow y - (-2) = 1 \times (x - 2) \rightarrow y = x - 4 \quad (۰/۵)$$

$$(*) \text{ توجه: اگر جواب با } f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} \text{ آغاز شد، (۱ نمره) کامل مراحل تعلق گیر.}$$

پاسخ سوال ۱۵:

خط d بر منحنی f در نقطه $A \left(2, \frac{1}{3} \right)$ مماس است. معادله خط d را می‌نویسیم:

$$y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 2) \quad (۰/۲۵)$$

$$y - 3 = -\frac{1}{3}x + 1$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 4 \quad (۰/۲۵) \quad \text{معادله مماس:}$$

$$2 = -\frac{1}{3}k + 4 \quad (۰/۲۵)$$

$$-2 = -\frac{1}{3}k \rightarrow k = 6 \quad (۰/۲۵)$$

روش دوم: شیب خط d همان $f'(2)$ یعنی $-\frac{1}{3}$ است. $(۰/۵)$ خط d از نقاط $(2, 3)$ و $(k, 2)$ عبور می‌کند.

$$m_d = \frac{3 - 2}{2 - k} = -\frac{1}{3} \quad (۰/۲۵) \rightarrow 2 - k = -2 \rightarrow k = 4 \quad (۰/۲۵)$$



اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد